

Fractions - Bandes unités

Remarque préalable : Dans l'ensemble des situations, les bandes à découper sont mises à distance. Pour ce faire, nous disposons de deux possibilités : placer les bandes à découper sur une table en fond de classe, ou bien placer les bandes mesurées dans une enveloppe afin que l'élève n'ait plus sous le yeux la bande mesurée au moment où il découpe sa bande de même longueur. Dans la suite, nous décrivons cette seconde proposition, mais si vous choisissez de placer les bandes à découper sur une table annexe, les enveloppes ne sont plus nécessaires.

Situation 1

reproduire une bande de même longueur à l'aide d'une bande unité

Matériel (voir fichiers joints : supports situation 1)

- bandes unité (bande grise : à découper le plus précisément possible)
- planche de 6 bandes de références (A B C D E F), placée dans une enveloppe
- bandes de 1 cm de large (découpées au massicot, il est important qu'elles soient de même largeur que les bandes de référence) dans la largeur d'une feuille A4 (l = 21cm). Ces bandes à découper sont aussi placées dans une enveloppe ; elles peuvent aussi être distribuées en cours d'activité

Dispositif

Une planche support des bandes de référence et une bande unité sont placées dans une enveloppe fermée. Les enveloppes sont distribuées aux élèves (individuellement ou en binômes). Il n'est pas nécessaire de découper les bandes de référence.

Les élèves peuvent alors sortir la planche de bande de référence et la bande unité de l'enveloppe.

Ils vont devoir reproduire une bande de leur choix, grâce à la bande unité (uniquement). La bande découpée devra être exactement de la même longueur que la bande choisie.

Une fois la mesure faite, la planche et la bande unité sont replacées dans l'enveloppe.

Pour fabriquer la bande de même mesure, les élèves disposent d'une seconde bande unité et de bandes blanches à découper (placées dans une seconde enveloppe ou distribuées plus tard).

Il faut ajouter une contrainte : ils ne pourront pas tracer de repères sur les bandes unité.

Attention : la bande de référence et la première bande unité sont rangées dans l'enveloppe avant que les bandes à découper et la seconde bande unité soient accessibles.

Validation

Quand les élèves pensent avoir fabriqué une bande égale à la bande de référence choisie → ils peuvent comparer les deux bandes (en reprenant la planche support dans l'enveloppe) et valider le résultat.

Le dispositif doit permettre de répéter à plusieurs reprises des expériences de reproduction de bandes. Il doit aussi permettre aux élèves de travailler à leur rythme.

Variables

1 - modifier la longueur de l'unité

L'enjeu est de confronter les élèves à des fractions supérieures à 1 unité et/ou inférieures à 1 unité. Il s'agit aussi d'utiliser des fractions simples $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ et de comprendre les premières relations entre elles.

(Les fractions simples $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, ... seront rencontrées via les situations sur les disques.)

2 - travail en binômes

Après avoir laissé la possibilité aux élèves de travail seul pour que leur expérience de la situation soit suffisante, constituer des binômes hétérogènes pour permettre aux élèves d'échanger sur leurs procédures. Les élèves ne parvenant pas à dépasser le stade de la manipulation peuvent ainsi donner du sens à l'activité.

Pour répondre aux objectifs fixés par la situation, 4 planches supports sont proposées. Elles convoquent des variables relatives à la grandeur de l'unité et aux fractions qui sont représentées par les bandes références. Le tableau ci-après les synthétise.

3 – différencier la reproduction des bandes

Dans cette variable, il est demandé aux élèves de prendre des notes qui leur permettront de reproduire les 6 bandes ultérieurement.

Ils disposent de l'enveloppe, de la bande unité et d'un moyen de noter des informations. Ils pourront les utiliser pour reproduire des bandes. La validation se fait sur le même principe que précédemment.

Situation 1 – support 1						
U = 6 cm						
bande	A	B	C	D	E	F
Longueur en cm	3 cm	13,5 cm	10,5 cm	4,5 cm	9 cm	15 cm
Expression(s) attendue(s)	$\frac{1}{2}u$	$2u + \frac{1}{4}u$	$1u + \frac{3}{4}u$	$\frac{3}{4}u$	$1u + \frac{1}{2}u$	$2u + \frac{1}{2}u$

La formulation des expressions respecte la codification universelle des fractions. L'enjeu n'est pas que les élèves les utilisent pour l'instant. Ils vont recourir à des formulations propres qui s'appuient le plus souvent sur un langage quotidien : la moitié, le quart ou plié en 2, en 4 ou en 8.

Ces renseignements sont destinés à fournir les réponses aux enseignants.

Situation 1 – support 2						
U = 8 cm						
bande	A	B	C	D	E	F
Longueur en cm	10 cm	6 cm	13 cm	14 cm	7 cm	2 cm
Expression(s) attendue(s)	$1u + \frac{1}{4}u$	$\frac{3}{4}u$	$1u + \frac{5}{8}u$	$1u + \frac{1}{2}u + \frac{1}{4}u$	$\frac{7}{8}u$	$\frac{1}{4}u$

Situation 1 – support 3						
U = 16 cm						
bande	A	B	C	D	E	F
Longueur en cm	8 cm	14 cm	2 cm	10 cm	12 cm	6 cm
Expression(s) attendue(s)	$\frac{1}{2}u$	$\frac{7}{8}u$	$\frac{1}{8}u$	$\frac{1}{2}u + \frac{1}{8}u = \frac{5}{8}u$	$\frac{1}{2}u + \frac{1}{4}u = \frac{3}{4}u$	$\frac{3}{8}u$

Situation 1 – support 4						
U = 12 cm						
bande	A	B	C	D	E	F
Longueur en cm	18 cm	13,5 cm	15 cm	3 cm	16,5 cm	10,5 cm
Expression(s) attendue(s)	$1u + \frac{1}{2}u$	$1u + \frac{1}{8}u$	$1u + \frac{1}{4}u$	$\frac{1}{4}u$	$1u + \frac{1}{4}u + \frac{1}{8}u$	$\frac{7}{8}u$

Situation 2

comparer plusieurs longueurs de bandes pour reconstituer des paires de même longueur

Matériel (voir fichiers joints : supports situation 2)

- bande unité (grise : à découper le plus précisément possible)
- planche de 8 bandes de références (A B C D E F G H). Les bandes sont découpées et placées dans une enveloppe. Elles représentent 4 paires de bandes égales deux à deux.

Dispositif

Les élèves reçoivent une enveloppe avec les 8 bandes placées à l'intérieur.

Ils doivent chercher à reconstituer les paires de bandes de longueur égale en inscrivant ce résultat sur leur ardoise ou leur cahier.

Ils ne peuvent sortir qu'une seule bande de l'enveloppe. Ils peuvent effectuer des mesures avec la bande unité. Quand ils veulent sortir une nouvelle bande, ils doivent remettre la précédente dans l'enveloppe.

On veillera à ce que les bandes ne soient mesurées qu'à l'aide la bande unité ; ils ne devront pas tracer la longueur sur un support papier.

Validation

Quand les élèves pensent avoir réussi à appairer les 4 paires de bandes. Ils peuvent toutes les sortir de l'enveloppe. La juxtaposition des bandes les renseignera.

Variables : Le nombre de paires de bandes ; le nombre de 8 bandes peut être ramené à 6 ou à 4.

Situation 3

ordonner plusieurs bandes en utilisant les mesures effectuées séparément sur chacune

Matériel (voir fichiers joints : supports situation 3)

- bande unité (grise : à découper le plus précisément possible)
- 6 à 8 bandes de références (A B C D E F / G H) découpées séparément et placées dans une enveloppe
- support de prises de notes (cahier ou feuille indépendante)

Dispositif

Les élèves reçoivent une enveloppe avec les 6, 7 ou 8 bandes placées à l'intérieur.

Ils doivent chercher à écrire les lettres des bandes dans un ordre croissant ou décroissant des longueurs.

Ils ne peuvent sortir qu'une seule bande de l'enveloppe à la fois. Ils doivent effectuer des mesures avec la bande unité. Quand ils veulent sortir une nouvelle bande, ils doivent remettre la précédente dans l'enveloppe.

On veillera à ce que les bandes ne soient mesurées qu'à l'aide la bande unité ; ils ne devront pas tracer la longueur sur un support papier.

Validation

Quand ils pensent avoir terminé le classement, ils peuvent ressortir toutes les bandes pour valider.

Situation 4

Produire un message qui permettra de reproduire une bande exactement de même longueur qu'une bande de référence

Matériel

- bande unité commune à tous les élèves
- enveloppes contenant chacune une seule bande. Il peut y avoir plusieurs enveloppes contenant une bande de même longueur. Ex : 3 enveloppes contenant une bande A, 3 pour une bande B... Le nom de la bande est inscrit sur l'enveloppe. (On peut reprendre les bandes des situations 1, 2 ou 3) – exemple de configuration pour une classe de 27 élèves. On peut ainsi, dans cette même classe, utiliser un jeu de 6 bandes différentes reproduites 3 fois. Il y aura 3 enveloppes A, 3 enveloppes B...
- feuilles pour produire les messages
- bandes prédécoupées de même largeur que les bandes de références

L'ensemble des enveloppes est mis à disposition des binômes sur une table.

Dispositif

1^{ère} phase – Production des messages :

Les élèves disposent d'une bande unité. Chaque élève ou binôme va chercher une enveloppe dans laquelle se trouve une bande. Il doit produire un message qui permettra, plus tard, à ceux qui reprendront cette enveloppe de reproduire une bande exactement de même longueur.

Quand le message est produit, il est inséré dans l'enveloppe avec la bande mesurée. Cette enveloppe est alors remplacée sur la table.

Les élèves (ou binômes) vont dans ce premier temps produire plusieurs messages. Le nombre de messages produits peut varier d'un groupe à l'autre, selon leur propre rythme de travail. Ainsi, dans une même enveloppe, il pourra y avoir plusieurs messages.

2^{ème} phase – Exploitation des messages :

Les enveloppes sont redistribuées aux groupes. On s'attachera à donner des enveloppes correspondant à des bandes sur lesquelles ils n'ont pas travaillé.

La tâche des élèves est double :

- Reproduire la bande de référence à l'aide de la bande unité en utilisant les messages mais sans sortir la bande de référence de l'enveloppe + valider quand ils pensent avoir réussi.
- Identifier, à partir de la comparaison des messages, des critères pertinents et les difficultés de compréhension.

Proposition de mise en œuvre progressive

1^{ère} étape

message oral par 2 élèves pour toute la classe

2 élèves énoncent oralement à toute la classe des informations pour reproduire une bande de référence. Eux seuls y ont accès. Ils présenteront ensuite la bande de référence à chaque élève ou binôme pour validation.

2^{ème} étape

message entre 2 élèves en binômes

Cette même situation est mise en œuvre entre 2 élèves : un émetteur / un producteur. Le message peut être communiqué oralement et/ou par écrit.

3^{ème} étape

messages écrits dans les enveloppes

Cette situation correspond à ce qui est présenté plus haut.

Situation 5

Parmi plusieurs mesures écrites, rechercher celles qui désignent des longueurs égales.

Matériel

- bande unité commune à tous les élèves
- séries de longueurs écrites sous formes de sommes d'entiers et de fractions simples
- bandes prédécoupées de même largeur que les bandes de référence

Dispositif

Une liste de longueurs est présentée aux élèves. Ils doivent anticiper pour identifier celles qui désignent la même longueur. Dans cette phase, ils peuvent recourir à l'écrit ou s'appuyer sur une gestion mentale. Ils doivent toutefois indiquer quelles sont les écritures désignant des longueurs égales.

Validation

Ils ont la possibilité de recourir à la manipulation pour construire les bandes et étayer les justifications écrites et/ou orales.

Exemple de fiche de travail

$$A = 2 u + \frac{1}{2} u$$

$$B = 1 u + \frac{1}{2} u + \frac{1}{4} u$$

$$C = \frac{3}{2} u + 1 u$$

$$D = \frac{3}{2} u + \frac{1}{2} u$$

$$E = \frac{1}{2} u + \frac{5}{4} u$$